

УДК 536.24

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КИПЕНИИ НА НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ (ПОПЕРЕЧНО-ОРЕБРЕННОЙ) ПОВЕРХНОСТИ

А.В. ОВСЯННИК

Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого»,
Республика Беларусь

Предложена математическая модель процесса теплообмена при кипении жидкостей на неизотермической (поперечно оребренной) поверхности. Решение модели было выполнено методом конечных разностей с экстраполяцией Рихардсона. Полученное распределение температуры и коэффициента теплоотдачи по высоте радиального ребра удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. Установлено, что интенсивность теплоотдачи на ребре при развитом пузырьковом кипении не зависит от профиля ребра.

Введение

Пузырьковый режим кипения отличается высокими коэффициентами теплоотдачи. В различных областях техники процессы теплообмена при кипении жидкостей могут протекать с различной интенсивностью и могут существенно отличаться своими режимными параметрами. Для повышения компактности и эффективности работы испарителей тепловых насосов, холодильных машин и криогенных установок необходимо повышать их коэффициенты теплоотдачи при пузырьковом кипении с малыми значениями температурных напоров. Повышение эффективности охлаждения электронных приборов возможно в случае повышения коэффициентов теплоотдачи во всей области существования пузырькового режима кипения. Для систем охлаждения двигателей необходимо повышение критических тепловых потоков, а величина коэффициента теплоотдачи часто не имеет первостепенного значения [3].

Все эти факторы требуют разработки новых и совершенствования существующих методов интенсификации теплообмена, обеспечивающих как высокие коэффициенты теплоотдачи, так и отвод тепловых потоков большой мощности.

Увеличение коэффициентов теплоотдачи достигается путем создания на поверхности теплообмена центров парообразования с высокой плотностью или путем нанесения пористых покрытий, а передача больших тепловых нагрузок и, как следствие, увеличение критических тепловых потоков достигается путем развития поверхности теплообмена за счет оребрения, которая, в этом случае, представляет собой неизотермическую поверхность.

Для большинства жидкостей данные по теплообмену при кипении на неизотермической поверхности отсутствуют и для расчетов приходится использовать кривые кипения, полученные на изотермической поверхности. В этом случае тепловой поток, отводимый оребренной поверхностью, оказывается заниженным. Существующие модели процессов теплообмена при кипении на оребренной поверхности предполагают наличие в своих структурах коэффициентов теплоотдачи и для их решения необходимо знать коэффициенты теплоотдачи на боковой поверхности ребра или их экспериментальное определение, что не всегда возможно или крайне затруднительно.

1. Постановка задачи

Предлагается модель процесса теплообмена при развитом пузырьковом кипении жидкостей, протекающего на ребрах при поперечном (радиальном) их расположении на несущей поверхности.

Схема рассматриваемого поперечного ребра произвольного профиля представлена на рис. 1.

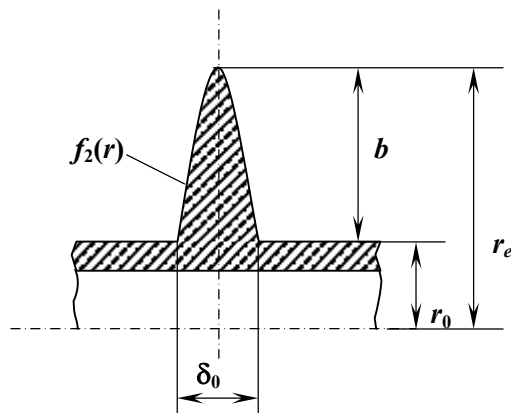


Рис. 1. Обобщенное поперечное ребро произвольного профиля

Рассматривается уравнение теплового баланса для ребра при развитом пузырьковом кипении на нем жидкости. Тепловой поток dQ , передаваемый ребром от несущей поверхности к кипящей жидкости, будет:

$$dQ = dQ_1 + dQ_2. \quad (1)$$

Левая часть уравнения (1) представляет собой количество теплоты, передаваемой теплопроводностью в единицу времени в ребре, и определяется по известной зависимости [1]:

$$dQ = \lambda \frac{d}{dr} \left[f_1(r) \frac{d\vartheta}{dr} \right] dr. \quad (2)$$

Здесь $f_1(r)$ – площадь поперечного сечения ребра. Заменяв $f_1(r)$ функцией профиля ребра $f_2(r)$ и длиной ребра L , получим: $f_1(r) = 2f_2(r)2\pi r$. Тогда разность тепловых потоков, поступающих в ребро через сечение r и покидающих его через сечение $r + dr$ путем теплопроводности, будет [1]:

$$dQ = \lambda [4\pi r f_2(r) \frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + 4\pi r \frac{df_2(r)}{dr} \frac{d\vartheta}{dr}] dr. \quad (3)$$

Правая часть уравнения представляет собой количество теплоты, отводимой боковыми поверхностями ребра в единицу времени и расходуемой на парообразование dQ_1 , и количество теплоты, расходуемой на преодоление сил инерции dQ_2 , которые удерживают паровой пузырь на теплоотдающей поверхности.

Предположим, что величина теплового потока dQ_1 , отводимого с боковых поверхностей элемента ребра dx при развитом пузырьковом кипении, пропорциональна массе пара dM , поступившего в паровой пузырь с элемента криволинейной поверхности парового пузыря dF , скорости роста парового пузыря $dR/d\tau$, температурному напору между теплоотдающей поверхностью и температурой насыщения кипящей жидкости ϑ и теплоемкости жидкости $c_{жс}$ при температуре насыщения. Тогда тепловой поток,

расходуемый на испарение жидкости на боковых поверхностях элемента ребра, запишется:

$$dQ_1 = 2 \frac{dM}{dF} \left(\frac{dR}{d\tau} \right) c_{ж} g dr. \quad (4)$$

Если принять, что паровой пузырь имеет форму шара и находится в объеме равномерно перегретой жидкости, то во всех точках его поверхности температура будет одинаковой. Тогда приращение массы пара на единицу поверхности раздела в паровом пузыре можно записать как:

$$\frac{dM}{dF} = \rho_n \frac{dV}{dF}. \quad (5)$$

Изменение объема парового пузырька на единицу его поверхности $\frac{dV}{dF}$ можно определить следующим образом: объем парового пузыря $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; его площадь $F = 4\pi R^2$. Отсюда радиус парового пузыря будет $R^2 = \frac{F}{4\pi}$. Подставив радиус в формулу объема, получим: $V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{F}{4\pi} \right)^{3/2} = \frac{4}{3} \pi \frac{F^{3/2}}{(4\pi)^{3/2}} = \frac{1}{3} \frac{F^{3/2}}{(4\pi)^{1/2}}$.

Отсюда

$$\frac{dV}{dF} = \frac{1}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} \frac{3}{2} F^{1/2} = \frac{F^{1/2}}{2(4\pi)^{1/2}} = \frac{(4\pi R^2)^{1/2}}{2(4\pi)^{1/2}} = \frac{R}{2}. \quad (6)$$

Задача о скорости роста паровых пузырей на теплоотдающей твердой поверхности значительно сложнее задачи о скорости роста пузыря в объеме перегретой жидкости и строгое аналитическое описание и решение этой задачи представляют значительную трудность [2]. Во-первых, форма пузыря отличается от сферической и изменяется в процессе роста; во-вторых, более сложными являются условия подвода теплоты; в-третьих, при развитом кипении имеет место взаимное влияние соседних пузырей и т. д. Все эти факторы делают практически невозможным полный теоретический анализ процесса образования и роста пузырей и приводят к необходимости принятия упрощающих ограничений, позволяющих получить приближенные решения поставленной задачи.

Н. Зубер [4] высказал предположение о том, что при расчете скорости роста пузыря на поверхности нагрева возможно применение зависимостей, полученных для роста пузыря в объеме жидкости, исходя из того, что в процессе роста пузырь вытесняет из пристенного слоя перегретую жидкость и вокруг пузыря образуется слой жидкости. При росте пузыря основное количество теплоты передается через границу раздела фаз по контуру пузыря, а теплотой, передаваемой от поверхности нагрева к жидкости в нижней части пузыря, можно пренебречь.

Д.А. Лабунцов [5, 6] показал, что такая модель процесса роста пузыря на теплоотдающей поверхности является ошибочной и неприемлемой. При числах $Ja < 1$ (средние и высокие давления) пузырь не может вырасти за пределы пограничного слоя, что не соответствует действительности. В области же низких давлений, которым соответствуют высокие перегревы поверхности и большие значения чисел Якоба ($Ja \gg 1$), зависимость, предложенная Н. Зубером, может быть использована, т. к. в этом

случае подвод теплоты от перегретой жидкости к пузырю через межфазную поверхность становится определяющим.

Д.А. Лабунцов [5] предложил модель роста парового пузыря при средних и высоких давлениях, в которой рост пузыря определяется в основном теплотой, подводимой в нижней части пузыря у его основания. По этой модели теплота передается от поверхности нагрева к нижней части границы раздела фаз теплопроводностью через кольцевой клиновидный слой жидкости. Согласно этой модели [7, 5] скорость роста пузыря будет иметь вид

$$R = \sqrt{2\beta a \tau Ja}, \quad (7)$$

где β – числовой коэффициент, определяемый на основании опытных данных и зависящий от свойств жидкости.

Но в общем случае рост парового пузыря на теплоотдающей поверхности определяется как подводом теплоты от поверхности у основания пузыря при испарении кольцевого клиновидного слоя, так и испарением с межфазной границы пузыря, растущего в слое перегретой жидкости. Роль этих двух факторов зависит от давления и промежутка времени от начала роста пузыря [2].

Анализ теоретических моделей при решении задачи роста парового пузыря на поверхности нагрева показывает, что они строятся на основе упрощений и их аналитические решения не имеют преимуществ перед моделями, построенными на основе полуэмпирических обобщающих соотношений.

В работе [8] В.В. Яговым была получена зависимость $R(\tau)$, в которой учитывался как подвод теплоты от теплоотдающей поверхности у основания пузыря, так и подвод теплоты через межфазную поверхность пузыря от перегретой жидкости. Вклад теплоподвода от теплоотдающей поверхности учитывался на основе развития работ Д.А. Лабунцова [5], а теплота, передаваемая через криволинейную межфазную поверхность, определялась в предположении, что площадь поверхности с интенсивным испарением, образуемой выталкиваемым перегретым слоем жидкости, примерно равна площади основания пузыря. Полученная В.В. Яговым в [8] формула имеет вид:

$$R = \left(\gamma Ja + \sqrt{\gamma^2 Ja^2 + 2\beta Ja} \right) \sqrt{a\tau}, \quad (8)$$

где γ – числовой коэффициент, являющийся функцией краевого угла θ , и при изменении последнего от 40 до 90° изменяется от 0,1 до 0,49.

При высоких давлениях, когда числа $Ja \ll 1$, формула (8) приобретает вид

$$R = \sqrt{2\beta a \tau Ja} \quad (9)$$

и соответствует режиму, когда теплота к растущему пузырю подводится только от теплоотдающей твердой поверхности.

При низких и умеренных давлениях ($Ja \gg 1$) формула (8) приобретает вид

$$R = 2\gamma Ja \sqrt{a\tau}. \quad (10)$$

Таким образом, в результате рассмотрения и анализа решения задачи роста паровых пузырей на теплоотдающей поверхности при развитом пузырьковом кипении можно предположить, что для рассматриваемых условий процесса кипения – при низких и умеренных давлениях, что соответствует числам $Ja > 1$ – в качестве формулы для определения скорости роста парового пузыря можно принять выражение (10), предложенное В.В. Яговым:

$$\frac{dR}{d\tau} = 2\gamma^2 \left(\frac{a}{R} \right) Ja^2. \quad (11)$$

В результате тепловой поток, передаваемый паровому пузырю от боковых теплоотдающих поверхностей ребра dQ_1 , запишется:

$$dQ_1 = 2\gamma^2 \rho_n a Ja^2 c_{ж} \vartheta dr. \quad (12)$$

В развернутом виде формула (12) будет

$$dQ_1 = 2\gamma^2 \frac{\lambda_{ж} c_{ж}^2 \vartheta^3}{r_*^2} \left(\frac{\rho_{ж}}{\rho_n} \right) dr. \quad (13)$$

В реальных условиях на паровой пузырь в период его роста и в момент отрыва действуют подъемная сила, сила поверхностного натяжения, инерционная сила и сила трения [9]. Но при развитом пузырьковом кипении, когда наблюдается сильная турбулизация пристенного слоя жидкости, превалируют инерционные силы и тогда силой поверхностного натяжения и силой трения можно пренебречь. В таком случае уравнение равновесия парового пузырька может быть записано [9]:

$$g \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) (\rho_{ж} - \rho_n) = \frac{1600}{3} \pi \rho_{ж} a^2 Ja^2. \quad (14)$$

Тепловой поток, затраченный на преодоление сил инерции парового пузырька dQ_2 , может быть получен, если выражение в правой части уравнения (14) умножить на скорость роста парового пузыря $\frac{dR}{d\tau}$. Тогда инерционную составляющую можно записать как

$$dQ_2 = \left(\frac{1600}{3} \right) \pi \rho_{ж} a^2 Ja^2 \left(\frac{dR}{d\tau} \right) dr. \quad (15)$$

Или

$$dQ_2 = \gamma^2 \left(\frac{3200}{3} \right) \pi \rho_{ж} a^3 Ja^4 \frac{dr}{R 2\pi r}. \quad (16)$$

Выражения (12) и (16) для dQ_1 и dQ_2 получены для одиночного парового пузыря, поэтому для определения теплового потока, идущего на парообразование при кипении жидкости на поверхности, необходимо ввести в уравнение теплового баланса число паровых пузырей Z , отрывающихся от этой поверхности. Однако количественная оценка свойств теплоотдающей поверхности крайне затруднительна и величину Z можно определить только ориентировочно.

В предположении, что единица теплоотдающей поверхности при развитом пузырьковом кипении покрыта паровыми пузырями с отрывным радиусом R_0 (или отрывным диаметром d_0) и при условии, что не вся поверхность занята паровой фазой, а только ее часть, учитываемая коэффициентом объемного паросодержания φ , количество паровых пузырей с отрывным радиусом R_0 можно определить исходя из следующей зависимости:

$$Z = \frac{1\varphi}{\pi R_0^2} = \frac{4\varphi}{\pi d_0^2}. \quad (17)$$

В реальных условиях процесса парообразования при интенсивной турбулизации пристенной области паровыми пузырями преобладающее влияние оказывают инерционные силы. В связи с этим, на основании уравнения равновесия парового пузыря может быть определен его отрывной диаметр по формуле [10]

$$d_0 = \left[\frac{3200 \rho_{ж} a^2}{g(\rho_{ж} - \rho_n)} \right]^{1/3} Ja^{2/3}. \quad (18)$$

И тогда число паровых пузырей с отрывными диаметрами d_0 будет

$$Z = \frac{4\varphi [g(\rho_{ж} - \rho_n)]^{2/3}}{\pi (Ja)^{4/3} [3200 \rho_{ж} a^2]^{2/3}}. \quad (19)$$

Таким образом, модель процесса теплообмена при кипении жидкостей на поперечных ребрах на основании уравнений (12), (16) и (17) может быть представлена как

$$\lambda \frac{d}{dr} \left[(2\pi r) 2f_2(r) \frac{d\vartheta}{dr} \right] dr = \frac{\varphi}{\pi R_0^2} \left[2\gamma^2 \rho_n a Ja^2 c_{ж} \vartheta + \gamma^2 \left(\frac{3200}{3} \right) \frac{\pi \rho_{ж} a^3 Ja^4}{R_0 2\pi r} \right] dr. \quad (20)$$

Или с учетом преобразований уравнение (20) будет:

$$f_2(r) \frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{f_2(r)}{r} \frac{d\vartheta}{dr} + \frac{df_2(r)}{dr} \frac{d\vartheta}{dr} = \frac{\varphi}{\pi R_0^2} \left[\frac{\gamma^2 \rho_n a Ja^2 c_{ж} \vartheta}{2\pi r \lambda} + \gamma^2 \left(\frac{3200}{12} \right) \frac{\rho_{ж} a^3 Ja^4}{\lambda R_0 2\pi r^2} \right]. \quad (21)$$

Уравнение (21) представляет собой дифференциальное уравнение процесса теплообмена при кипении жидкостей на поперечных ребрах произвольного профиля.

Здесь радиус парового пузыря R равен отрывному радиусу R_0 .

Граничные условия

$$\text{При } r = r_0 \quad \vartheta = \vartheta_0; \text{ при } r = r_e \quad \frac{d\vartheta}{dr} = -\frac{\alpha_{*e} \vartheta_e}{\lambda}, \quad (22)$$

где ϑ_e – температурный напор на вершине ребра.

Если теплообмен с торца ребра отсутствует, то граничные условия будут:

$$\text{при } r = r_0 \quad \vartheta = \vartheta_0; \text{ при } r = r_e \quad \frac{d\vartheta}{dr} = 0. \quad (23)$$

2. Численное решение полученных уравнений

Решение уравнений (21)–(23) было получено численно. Для этого использовались соответствующие библиотеки математического пакета Maple, предназначенные для решения краевых задач и основанные на использовании метода конечных разностей с экстраполяцией Рихардсона. Ниже приведены графики зависимостей распределения температуры (рис. 2) и коэффициентов теплоотдачи (рис. 3) на охлаждаемом кипящей жидкостью поперечном ребре при различных профилях ребра, определяемых функцией

$$f_2(r) = \begin{cases} \frac{\delta_0}{2} & \text{при } n = 0 \\ \frac{\delta_0 \left[\left(1 + \frac{r_0}{b}\right)^n - \left(\frac{r}{b}\right)^n \right]}{2} & \text{при } n \geq 1 \end{cases}$$

при температурном напоре в основании ребра $\vartheta_0 = 5 \text{ К}$: рабочая среда – этиловый спирт; давление насыщения – 0,1 МПа.

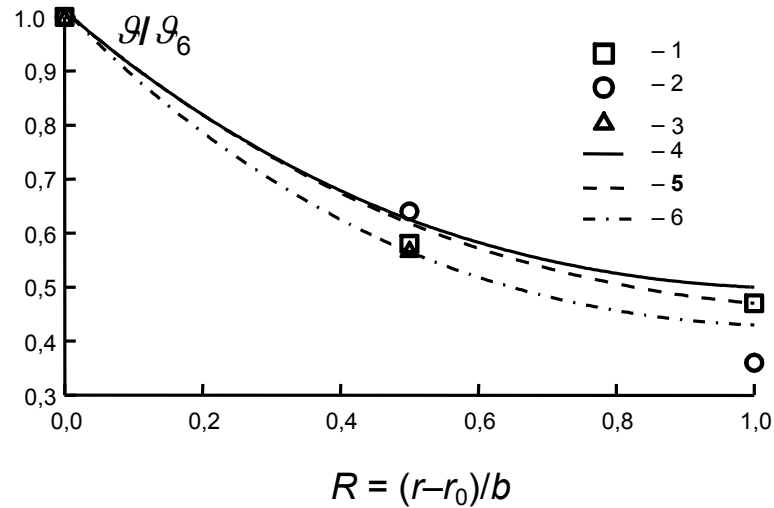


Рис. 2. Распределение температуры по высоте ребра: 1, 2, 3 – экспериментальные значения для прямоугольного, параболического и треугольного профилей ребра, соответственно; 4, 5, 6 – расчетные кривые для прямоугольного, параболического и треугольного профилей ребра, соответственно

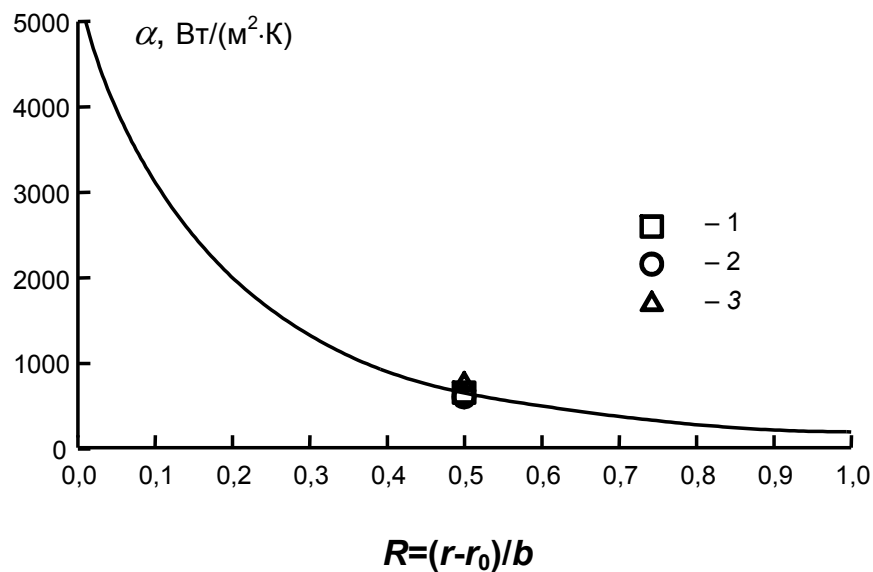


Рис. 3. Распределение коэффициента теплоотдачи по высоте ребра ($\vartheta_0 = 5 \text{ °C}$): 1, 2, 3 – экспериментальные значения среднего значения коэффициента теплоотдачи по ребру для прямоугольного, параболического и треугольного профилей ребра, соответственно

На основании уравнения (20) и дифференциального уравнения теплопроводности обобщенного радиального ребра, предложенного в [1] в виде

$$\lambda \frac{d}{dr} \left[(2\pi r) 2f_2(r) \frac{d\vartheta}{dr} \right] dr = 4\pi r \alpha_* \vartheta dr, \quad (24)$$

было получено выражение, позволяющее определять интенсивность теплообмена на радиальных ребрах различного профиля.

Приравняв правые части уравнений (20) и (24), получим

$$4\pi r \alpha_* \vartheta dr = \frac{4\varphi}{\pi d_0^2} \left[2\gamma^2 \rho_n a Ja^2 c_{жс} \vartheta + \gamma^2 \left(\frac{1800}{3} \right) \frac{\rho_{жс} a^3 Ja^4}{r R_0} \right] dr. \quad (25)$$

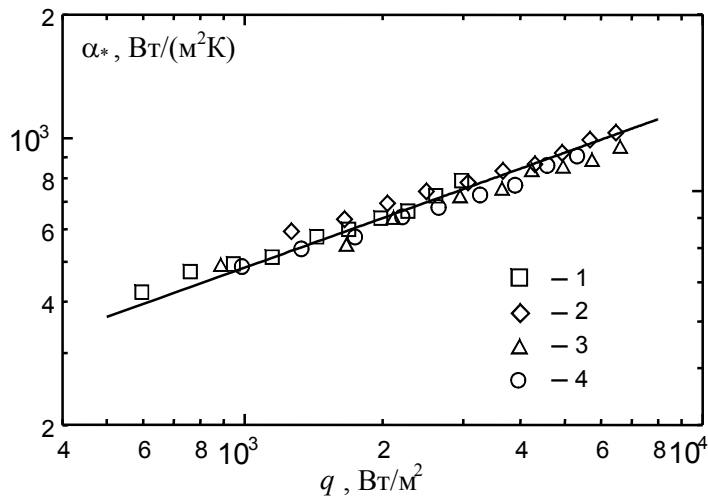
После преобразований (25) получим коэффициент теплоотдачи обобщенного радиального ребра в виде

$$\alpha_* = \frac{4\varphi}{\pi d_0^2} \left[\frac{\gamma^2 \rho_n a Ja^2 c_{жс}}{2\pi r} + \gamma^2 \left(\frac{400}{3} \right) \frac{\rho_{жс} a^3 Ja^4}{\pi r^2 \vartheta R_0} \right]. \quad (26)$$

Анализ уравнения (26) показывает, что инерционная составляющая (второе слагаемое в квадратных скобках) гораздо меньше первого слагаемого, поэтому коэффициент теплоотдачи радиального ребра с достаточной степенью точности может быть определен по формуле

$$\alpha_* = \frac{4\varphi}{\pi d_0^2} \left[\frac{\gamma^2 \rho_n a Ja^2 c_{жс}}{2\pi r} \right]. \quad (27)$$

Было проведено сравнение коэффициентов теплоотдачи, полученных расчетным путем по выражению (27) и экспериментальных значений α_* , полученных в результате исследования кипения ацетона и этилового спирта на радиальных ребрах при условии: давление насыщения – 0,1 МПа; температурный напор в основании ребра 5 К; коэффициент паросодержания – 0,35; коэффициент γ , учитывающий величину краевого угла смачивания, – 0,08. Результаты сравнения представлены на рис. 4.



а)

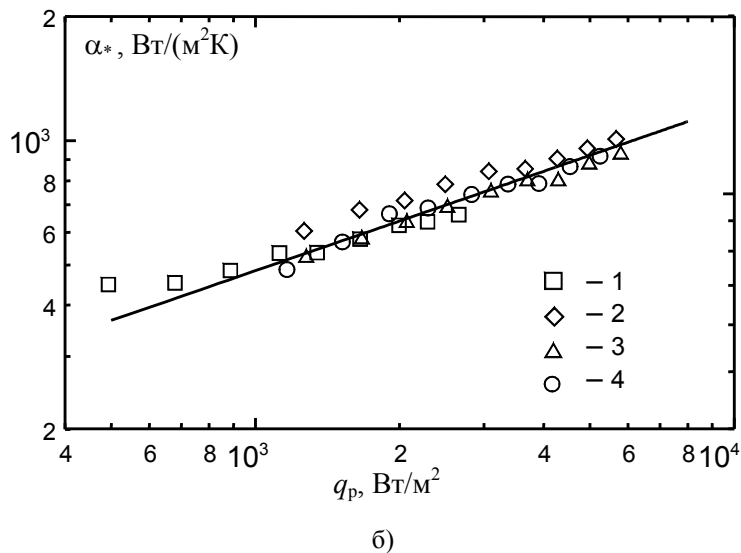


Рис. 4. Зависимость $\alpha_* = f(q_p)$ для поперечного оребрения: а – этиловый спирт; б – ацетон; сплошная линия – расчет по уравнению (30); символы – экспериментальные данные: 1 – прямоугольный профиль; 2 – трапецевидный; 3 – треугольный; 4 – параболический

Выводы

Предложенная модель процессов теплообмена при развитом пузырьковом кипении жидкостей на неізотермической поверхности удовлетворительно описывает теплообмен на поперечно оребренной поверхности. Результаты решения модели, полученные численным методом, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Из решения дифференциального уравнения теплопроводности радиального ребра (рис. 2) следует, что интенсивность теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении жидкостей на радиальных ребрах не зависит от профиля ребра, что подтверждается как экспериментальными данными, так и результатами численного решения.

Зависимость (30), полученная для расчета коэффициента теплоотдачи, позволяет рассчитывать интенсивность теплообмена на радиальных ребрах различного профиля. Расчетные значения коэффициентов теплоотдачи удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Литература

1. Керн Д., Краус А. Развитые поверхности теплообмена: Пер. с англ. – М.: Энергия, 1977. – 464 с.
2. Толубинский В.И. Теплообмен при кипении. – Киев: Наукова думка, 1980. – 316 с.
3. Полежаев Ю.В., Ковалев С.А. Интенсификация теплообмена при кипении //ТВТ. – 1992. – Т. 30, № 5. – С. 1013-1024.
4. Zuber N. The dynamics of vapour bubbles in nonuniform temperature fields. – Int. J. Heat and Mass Transfer. 1961. Т. 2, № 1, p. 83-102.
5. Лабунцов Д.А. Механизм роста паровых пузырьков на поверхности нагрева при кипении //ИФЖ. – 1963. – Т. 6, № 4. – С. 33-37.
6. Лабунцов Д.А. Современные представления о механизме пузырькового кипения жидкостей. – В кн.: Теплообмен и физическая динамика. – М.: Наука, 1974. –С. 95-115.
7. Лабунцов Д.А. Исследование при помощи скоростной киносъемки роста пузырьков при кипении насыщенной воды в широком диапазоне изменения давления /Д.А. Лабунцов, Б.А. Кольчугин, В.С. Головин и др. //ТВТ. – 1964. – Т. 2, № 3. – С. 446-453.
8. Ягов В.В. Исследование кипения жидкостей в области низких давлений: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 1971. – 34 с.

9. Кутепов А.М. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании /А.М. Кутепов, Л.С. Стерман, Н.Г. Стюшин. – М.: Высшая школа, 1986. – 352 с.
10. Волошко А.А., Вургафт А.В. Динамика роста парового пузыря при кипении в условиях свободного движения //ИФЖ. – 1970. – Т. 19, № 1. – С. 15-20.

Получено 22.07.2004 г.